

И.А.Урусовский

**ЗАКОН КУЛОНА В ЕГО ШЕСТИМЕРНОЙ ТРАКТОВКЕ,
ДОСТУПНОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ПРОВЕРКЕ**

*Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева,
Россия, 117036, Москва, ул. Шверника 4
Тел. (095)126-90-04; E-mail: mironov@akin.ru*

Дана шестимерная трактовка силы кулоновского взаимодействия между двумя зарядами. Проекция этой силы на трехмерное подпространство имеет максимум и стремится к нулю не только при неограниченном увеличении трехмерного расстояния между частицами, но и при стремлении его к нулю. Обсуждается возможность экспериментальной проверки этого. Показано, что кулоновская сила обусловлена движением зарядов в дополнительном пространстве и равна соответствующей силе Лоренца.

В [1] показано, что в шестимерной трактовке тяготения сила гравитационного притяжения элементарной частицы к гораздо более массивному точечному объекту всюду конечна и стремится к нулю при стремлении к нулю трехмерного расстояния между ними. Покажем, что аналогичные свойства имеет и кулоновская сила отталкивания между одинаковыми заряженными элементарными частицами. Предварительно дадим обзор результатов, полученных ранее в рамках принятого здесь подхода, за исключением относящихся к гравитации и космологии.

Заметим, что уравнение дисперсии для акустического волновода, для электромагнитного волновода и для волн де Бройля одно и то же: $v_{ph}v_g = c^2$, где v_{ph} – фазовая скорость волн, v_g – групповая скорость (для волн де Бройля равная скорости соответствующей частицы), c – скорость волн в свободной среде (скорость звука в первом случае и света в двух других). Основной характеристикой любого волновода является то, что он имеет конечные поперечные размеры. Они и обуславливают дисперсию волн. Это указывает на то, что пространство, с которым мы имеем дело в экспериментах, является трёхмерным лишь приближенно и имеет малую (комптоновскую) толщину в дополнительном подпространстве.

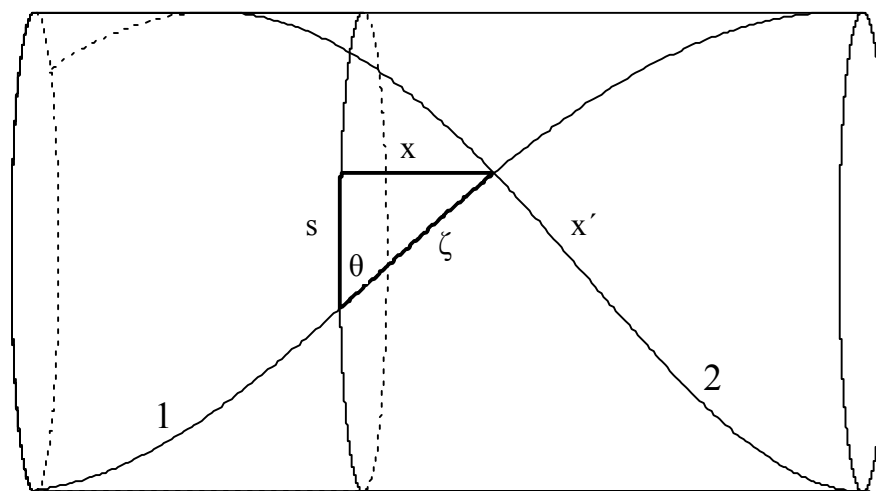
Предлагаемая трактовка основана на принципе простоты [2], отдающем предпочтение той из конкурирующих гипотез, которая основана на меньшем числе постулатов, т.е. более проста. Она восходит к утверждению Эйнштейна, что "природа экономит на принципах", и к идее Ф. Клейна [3 –5] о движении частиц со скоростью света в многомерном пространстве, также вписывающихся в принцип простоты и его конкретизирующих.

Как известно, свет и частицы вещества обладают как корпускулярными, так и волновыми свойствами, примерами чего являются дифракция электронов, когда электрон ведёт себя как волна, и фотоэффект, когда свет проявляет себя как частица. Поэтому, следуя принципу простоты, естественно предположить, что некоторые основные свойства света и частиц вещества одинаковы. Основным свойством света является то, что он распространяется с одинаковой скоростью в любой системе отсчёта. Тогда и элементарные частицы вещества должны двигаться с той же скоростью. Это невозможно в трёхмерном пространстве, но возможно в многомерном, если положение

частиц регистрируется наблюдателем в проекции на трёхмерное подпространство x_1, x_2, x_3 (X), которое будем полагать однородным и изотропным. При этом ньютоновские представления, распространённые на шестимерное евклидово пространство (R_6), при проецировании событий на трёхмерное подпространство X дают общепринятые релятивистские представления и результаты.

Полное пространство предполагается шестимерным, поскольку лишь для него возможна простая интерпретация спина и изоспина электрона и других частиц. Первое обоснование шестимерности пространства было дано в [6], где получены теоретические значения фундаментальных физических постоянных.

Предположим, что для движущихся в шестимерном пространстве R_6 элементарных частиц, рассматриваемых как материальные точки, применимы формулы механики Ньютона при подходящем выборе времени (указанном ниже). На частицы должна действовать космологическая сила, ортогональная к подпространству X и удерживающая частицы в его малой окрестности. Без такой силы образование макроскопических тел было бы невозможным. Положение частиц фиксируется наблюдателем в проекции на подпространство X . (Точнее, здесь используется малый в космологическом масштабе участок X , касательный к трехмерной Вселенной как трехмерной сфере в R_6 , в пренебрежении кривизной участка).



1 – винтовая траектория частицы, движущейся в шестимерном пространстве со скоростью света c по цилиндрической поверхности комптоновского радиуса $a = \hbar/(mc)$ с осью в подпространстве X и направляющей в подпространстве Y .

2 – винтовая линия равного собственного времени этой частицы, проходящая через частицу перпендикулярно её винтовой траектории и движущаяся по той же цилиндрической поверхности со скоростью волн де Бройля; шаг этой винтовой линии равен длине волны де Бройля.

Частица, неподвижная в проекции на X в инерциальной системе трёхмерного наблюдателя (эту систему можно принять за неподвижную) движется со скоростью света в простейшем случае по окружности, расположенной в одной из плоскостей

дополнительного трёхмерного подпространства $y_1, y_2, y_3 (Y)$ с центром, расположенным в X (при $y_1 = y_2 = y_3 = 0$). В любой другой инерциальной системе отсчёта рассматриваемая частица движется в R_6 по винтовой линии, расположенной на цилиндрической поверхности, которую для краткости будем называть трубкой движения, с осью, принадлежащей X .

Отметим, что Румер использовал идею Ф. Клейна и пришел в своей 5-оптике к периодичности пространства по пятой координате (действия) [5]. В шестимерной же трактовке периодичны не дополнительные измерения, а траектории частиц в дополнительном подпространстве, поскольку они искривляются космологической силой.

Естественной мерой собственного времени частицы является число её оборотов в подпространстве Y вокруг оси трубки. Поэтому будем считать собственное время частицы пропорциональным этому числу или пути, пройденному в Y .

Число оборотов частицы пропорционально $|\cos \theta|$, где θ – угол наклона винтовой линии к направляющей трубки движения (см. рисунок). Поэтому, если частица совершает один оборот за собственное время τ , то по часам неподвижного наблюдателя, относительно которого частица движется вдоль трубки со скоростью $v = c \sin \theta$, где c – скорость света, это произойдёт за время $t = \tau / |\cos \theta|$. Очевидно, что

$$\sin \theta = v/c, \quad \cos \theta = \pm \sqrt{1 - (v/c)^2}, \quad (1)$$

где верхний знак перед квадратным корнем относится к частице, вращающейся вокруг оси трубки в положительном направлении, нижний – к её античастице, вращающейся в противоположном направлении. Такой выбор знака соответствует следующему соотношению между промежутками собственного времени частицы (или античастицы) $d\tau$ и времени неподвижного наблюдателя dt :

$$dt = \pm d\tau / \cos \theta = d\tau / \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (2)$$

Частица, движущаяся со скоростью света c в неподвижной системе отсчёта (K) под углом θ к направляющей трубки, имеет составляющую скорости по направляющей, равную $c \cos \theta$. Ход собственного времени частицы с точки зрения неподвижного наблюдателя замедляется согласно (2) также пропорционально $\cos \theta$. Поэтому рассматриваемая частица и в собственной системе отсчёта (K') движется по направляющей со скоростью света c .

Неподвижная в системе K частица также движется по направляющей со скоростью света c , перемещаясь по направляющей за собственное время $d\tau$ на интервал ds , равный

$$ds = \pm cd\tau. \quad (3)$$

Количество движения этой частицы есть вектор, направленный по касательной к направляющей в точке, в которой частица в данный момент находится, и по величине равный mc – произведению массы частицы m на её скорость. Эта величина равна импульсу покоя релятивистской механики. Энергия покоя E_0 по определению равна произведению импульса покоя на скорость частицы по направляющей, так что $E_0 = mc^2$. В общем случае полный импульс частицы есть вектор, направленный по

касательной к её винтовой траектории на трубке движения и по величине p равный произведению массы частицы m на отношение пройденного ею пути

$$d\zeta = c dt \quad (4)$$

в полном пространстве к затраченному на этот путь собственному времени $d\tau$:

$$p = m \frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{mc}{|\cos\theta|} = \frac{mc}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (5)$$

Это релятивистская формула для полного импульса частицы [7].

Проекции p_x и p_y полного импульса на образующую и направляющую трубки равны соответственно координатной и временной компонентам 4-импульса частицы [7]:

$$p_x = \pm mc \operatorname{tg}\theta = mv / \sqrt{1-(v/c)^2}, \quad p_y = \pm mc \quad (6)$$

В общем случае $\theta \neq 0$ и полная энергия частицы E равна произведению полного импульса p на скорость движения c по винтовой линии:

$$E = pc = \frac{mc^2}{|\cos\theta|} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (7)$$

Этой величине равна полная релятивистская энергия частицы. Заметим, что отношение полной энергии к полному импульсу частицы оказывается таким же, как и для фотона, что является ещё одним общим свойством света и вещества.

Будем считать, что противоположно заряженные частицы вращаются вокруг оси трубки движения в противоположных направлениях. Частицы и античастицы имеют противоположные заряды и вращаются в противоположных направлениях. При обращении времени вспять частица должна будет двигаться вспять по своей траектории – винтовой линии – и поэтому вращаться в противоположном направлении. Значит, и знак её заряда должен будет измениться на противоположный, так что частица должна будет превратиться в свою античастицу. При этом движение частицы будет зеркально отражённым. Совокупность всех этих свойств частиц и античастиц составляют содержание СРТ-теоремы.

Поскольку частицы и античастицы вращаются в противоположных направлениях, то возможно их лобовое столкновение в подпространстве Y и последующее их взаимное рассеяние в подпространство X , в простейшем случае в виде двух фотонов суммарной энергии $2mc^2$, равной суммарной энергии исходных частиц. Заметим, что в этом процессе, называемом аннигиляцией, в полном пространстве соблюдаются все законы сохранения – энергии, импульса и момента импульса.

Перемещение частицы на интервал ds по направляющей трубки движения и соответственный ему поворот на центральный угол $d\phi = ds/a$, где a – радиус поперечного сечения трубки, являются инвариантами. Инвариантность интервала является исходным пунктом теории относительности. Шестимерная трактовка делает эту инвариантность очевидной: угол поворота ϕ частицы вокруг оси трубки не зависит от скорости наблюдателя относительно данной частицы.

Обозначим через dx в системе отсчёта K проекцию перемещения $d\zeta$ частицы по поверхности трубки на её образующую и применим теорему Пифагора к

прямоугольному треугольнику на поверхности трубки, представленному на рисунке. В результате получим выражение для интервала

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2.$$

Проецируя стороны представленного на рисунке прямоугольного треугольника на траекторию частицы, находим

$$s \cos \theta + x \sin \theta = \zeta. \quad (8)$$

Выберем начальные условия в виде $t = \tau = 0$ при $x = s = 0$. Им соответствуют в согласии с (3) и (4) соотношения

$$s = \pm c\tau, \quad \zeta = ct. \quad (9)$$

Подставив (1) и (9) в (8), получим преобразование Лоренца во времени

$$\tau = \pm [t - (x/c) \sin \theta] / \cos \theta = [t - (xv/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}.$$

Аналогичное рассуждение применительно к системе отсчёта K' с учётом того, что система K движется относительно рассматриваемой частицы со скоростью $-v$, приводит к обратному преобразованию

$$t = \pm [\tau + (x'/c) \sin \theta] / \cos \theta = [\tau + (x'v/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

где x' – координата вдоль образующей в системе K' . Переходу от системы K к системе K' соответствует поворот на угол $-\theta$ вокруг точки $x = s = 0$ координатной сетки x, s на поверхности трубки движения вместе с траекториями частиц на ней, который переводит винтовую траекторию в направляющую трубки.

Для геометрической интерпретации и остальных преобразований Лоренца рассмотрим траекторию частицы, движущейся вдоль трубки с той же скоростью v и пересекающей в момент $t = 0$ перпендикулярную ей винтовую линию $s \cos \theta + x \sin \theta = 0$ в произвольной её точке. В системе отсчёта K траектории, составляющие угол θ с направляющей, являются линиями постоянных значений координаты x' системы K' . Координата x' отсчитывается по винтовой линии, описываемой уравнением (8). Отсчет ведётся от нормального сечения трубки $x = vt = \zeta \sin \theta$ до сечения, которого частица достигает в момент времени t . Проецируя отрезки x' , x , отрезок ζ траектории частицы и отрезок s на образующую и направляющую трубки, траекторию частицы и перпендикулярное к траектории направление (вдоль x'), получим при $\cos \theta > 0$:

$$\begin{aligned} x' \cos \theta + \zeta \sin \theta &= x, & s \cos \theta + x \sin \theta &= \zeta, \\ \zeta \cos \theta - x' \sin \theta &= s, & x \cos \theta - s \sin \theta &= x'. \end{aligned}$$

Поделив эти равенства на $\cos \theta$ и исключив s, ζ и θ посредством (1) и (9), согласно которым в рассматриваемом случае $s = c\tau$, $\zeta = ct$, $\sin \theta = v/c$, $\cos \theta = \sqrt{1 - (v/c)^2}$, получим преобразования Лоренца

$$\begin{aligned} x' &= (x - vt) / \sqrt{1 - (v/c)^2}, & \tau &= [t - (xv/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}, \\ t &= [\tau + (x'v/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}, & x &= (x' + vt) / \sqrt{1 - (v/c)^2}. \end{aligned}$$

Собственная длина движущегося твёрдого масштаба есть разность координат x' его концов и в системе K равна длине отрезка винтовой линии, ортогональной траекториям движущихся с ним частиц, – линии одинакового времени системы отсчёта

K' , связанной с частицами, между нормальными сечениями трубки движения, соответствующим этим концам. Длина того же движущегося масштаба в неподвижной системе отсчёта – это разность координат x его концов, равная расстоянию по образующей между указанными сечениями, что в $1/\cos\theta$ раз меньше, чем собственная длина.

Таким образом, лоренцово сокращение движущихся масштабов оказывается результатом проецирования длин в многомерном пространстве на трёхмерное пространство. Разновременность пространственно разнесённых событий в одной системе отсчёта при одновременности их в другой интерпретируется непараллельностью винтовых линий одинакового времени в движущихся одна относительно другой системах отсчёта.

Данная выше интерпретация формулы (2) сохраняет силу и при криволинейной оси трубки движения, поскольку и тогда все нормальные сечения трубки движения перпендикулярны всем направлениям в подпространстве X , содержащем ось трубки.

Энергия фотона равна $h\nu$, где ν – частота света, h – постоянная Планка. В силу принципа одинаковости основных свойств вещества и света, являющегося конкретизацией принципа простоты, энергия покоя частицы mc^2 также должна представляться в виде кванта энергии $h\nu$, так что

$$mc^2 = h\nu. \quad (10)$$

Единственной и естественной частотой ν для частицы вещества является частота её оборотов в дополнительном подпространстве Y . С другой стороны, рассматриваемая частица движется в Y со скоростью света c и поэтому частота ν связана с радиусом a поперечного сечения трубки движения соотношением $2\pi a = c/\nu$. Исключив отсюда и из (10) частоту ν , найдём, что длина направляющей трубки равна комптоновской длине волны: $2\pi a = h/mc$.

Расположенная на той же трубке движения винтовая линия, проходящая через частицу и перпендикулярная винтовой траектории частицы, является линией одинакового текущего времени системы отсчёта K' . Эта линия движется вдоль трубки со скоростью волн де Бройля $V_\phi = c/\sin\theta = c^2/v$, где v – скорость частицы в подпространстве X . Шаг ℓ этой винтовой линии равен длине волны де Бройля $\ell = 2\pi a |\operatorname{ctg}\theta| = \frac{h}{mc} |\operatorname{ctg}\theta| = \frac{h}{p_x} = \frac{h}{|mv|} \sqrt{1 - (v/c)^2}$, как это видно из (6) и рисунка.

Угловая координата s/a винтовой линии, описываемой формулами (8) и (9), равна $\frac{s}{a} = \frac{\zeta}{a \cos\theta} - \frac{x}{a} \operatorname{tg}\theta = \frac{ct - x \sin\theta}{\cos\theta} \frac{mc}{\hbar}$, где $\hbar = h/2\pi$. Отсюда и из (6) и (7) видно, что эта угловая координата равна фазе волны де Бройля $\pm [Et - p_x(x/\hbar)]$. В месте нахождения частицы $x = vt$ эта фаза есть угол поворота самой частицы на трубке движения. Отметим, что функция $\exp(is/a)$ удовлетворяет уравнению Клейна – Гордона.

Собственный момент количества движения частицы \mathbf{S} равен векторному произведению её собственного импульса и радиус-вектора. Составляющие радиус-вектора и скорости частицы вдоль оси трубки движения перпендикулярны плоскости вращения частицы в Y . Поэтому они не вносят вклада в \mathbf{S} , так что для частицы,

движущейся в шестимерном пространстве по винтовой линии, а значит, прямолинейно в проекции на подпространство X , \mathbf{S} есть векторное произведение проекций импульса и радиус-вектора частицы на подпространство Y . При этом величина момента количества движения равна

$$S = |\mathbf{S}| = |\mathbf{p}_y \mathbf{a}| = m c \hbar / m c = \hbar.$$

Эта формула оставляет известный произвол в ориентации вектора \mathbf{S} в шестимерном пространстве: он может быть ориентирован по любым направлениям четырёхмерного подпространства, все направления в котором перпендикулярны плоскости вращения частицы в Y , т. е. поперечному сечению трубки движения. Момент импульса \mathbf{S} в общем случае имеет четыре ненулевые компоненты по направлениям, перпендикулярным одно другому и плоскости вращения частицы. В случае вращения в плоскости y_2, y_3 такими компонентами будут компоненты S_1, S_2, S_3, S_4 по осям x_1, x_2, x_3, y_1 соответственно. При этом

$$S = (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2)^{1/2} = \hbar.$$

Компоненты S_1, S_2, S_3 являются компонентами спина частицы, компонента S_4 есть проекция изоспина частицы, поскольку спин есть проекция вектора \mathbf{S} на подпространство X , а изоспин – проекция вектора \mathbf{S} на подпространство Y .

Согласно (6) p_y не зависит от скорости v , поэтому спин и изоспин не зависят от v и преобразованиям Лоренца не подвергаются.

Вектор \mathbf{S} , оставаясь перпендикулярным к плоскости вращения частицы, обладает тремя степенями свободы и может быть ориентирован произвольным образом по указанным четырём осям координат. Простейшие способы его ориентации таковы:

а) вектор \mathbf{S} не имеет компонент в X и целиком расположен в Y ; тогда спин частицы равен нулю, а изоспин – единице, как у π -мезона.

б) вектор \mathbf{S} не имеет компонент в Y и целиком расположен в X ; тогда спин частицы равен единице, а изоспин – нулю, к этому случаю относится фотон;

в) частицам со спином $1/2$ соответствует равномерное распределение компонент вектора по четырём осям, перпендикулярным друг другу и плоскости вращения частицы. Тогда эти компоненты равны $+\hbar/2$ или $-\hbar/2$, а сумма квадратов компонент в X равна $(3/4)\hbar^2$, что совпадает с так называемым в квантовой механике "полным" квадратом (в трёхмерном пространстве) собственного момента импульса частицы. К нему же относятся и ориентации вектора \mathbf{S} , получающиеся из предыдущей допустимыми поворотами, оставляющими одну или две заданные компоненты неизменными. Так, если одна из компонент вектора в X и одна из его компонент в Y имеют фиксированное значение $+\hbar/2$ или $-\hbar/2$, то у вектора остаётся ещё возможность вращения вокруг двух соответственных осей. При этом оставшиеся незафиксированными две компоненты вектора не будут иметь определённого значения (ситуация типичная для квантовой механики, когда фиксированное значение величины является скорее исключением, чем правилом). При равновероятной допустимой ориентации этого вектора среднеквадратичные значения указанных компонент равны $\hbar/2$. Изменение направления вращения вокруг оси трубки движения на

противоположное также меняет знаки компонент на противоположные и соответствует переходу к античастице.

Соотношения неопределённостей Гейзенберга обусловлены неопределённостью координат и импульсов частиц в Y , которые подчиняются этим соотношениям. Действительно, пусть направляющая трубки движения частицы расположена в плоскости y_1, y_2 . Тогда проекции импульса частицы на оси y_1 и y_2 и координаты частицы по этим осям соответственно равны $p_{y1} = -mc \sin \phi$, $p_{y2} = mc \cos \phi$, $y_1 = \frac{\hbar}{mc} \cos \phi$, $y_2 = \frac{\hbar}{mc} \sin \phi$, где ϕ – угол поворота частицы вокруг оси трубки, отсчитываемый от оси y_1 . Средние по ϕ значения координат и проекций импульсов

равны нулю, а их средние квадраты соответственно равны $\langle y_1^2 \rangle = \langle y_2^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2$,

$\langle p_{y1}^2 \rangle = \langle p_{y2}^2 \rangle = \frac{1}{2} (mc)^2$, откуда следуют искомые соотношения Гейзенберга $\langle p_{y1}^2 \rangle \cdot \langle y_1^2 \rangle = \langle p_{y2}^2 \rangle \cdot \langle y_2^2 \rangle = \hbar^2 / 4$.

Интересен вопрос: почему величина собственного момента импульса и его компоненты в X и Y , т. е. спин и изоспин не зависят от массы элементарной частицы? В шестимерной трактовке ответ очевиден: импульс пропорционален массе частицы, а радиус комптоновской орбиты такой частицы обратно пропорционален этой массе и поэтому произведение импульса и радиуса орбиты от массы не зависит.

Собственный магнитный момент μ заряженной элементарной частицы определяется аналогично собственному моменту импульса S . А именно, по формуле электродинамики [8]

$$\mu = \frac{e}{2c} [\mathbf{R}\mathbf{c}], \quad (11)$$

где \mathbf{R} – радиус-вектор частицы, \mathbf{c} – вектор её скорости в Y . Поскольку вклад в векторное произведение в (11) даёт только проекция \mathbf{a} радиус-вектора \mathbf{R} на подпространство Y , вектор $\mu = \frac{e}{2c} [\mathbf{a}\mathbf{c}]$. Отсюда, учитывая взаимную перпендикулярность векторов и равенства $|\mathbf{a}| = a$ и $|\mathbf{c}| = c$, получим величину μ собственного магнитного момента μ частицы, которая, как оказывается, равна магнетону Бора:

$$\mu = |e|a/2 = \frac{\hbar |e|}{2mc} = \mu_B. \quad (12)$$

В простейшем случае, когда вектор μ не имеет компонент в подпространстве Y , его компоненты в X определяют трёхмерный вектор, величина которого равна магнетону Бора. Проекция магнитного момента на произвольно выделенное направление (так называемая ось квантования) в подпространстве X может иметь фиксированное значение μ_x только в случае, когда проекция собственного момента импульса M_x на это направление также имеет фиксированное значение. Согласно (12) в этом случае $\mu_x = \pm \mu_B$. При равномерном распределении компонент собственного

момента импульса по четырём осям, перпендикулярным одна другой и плоскости вращения частицы в Y , в рассматриваемом случае $S_x = \pm mca/2$, что равно $+1/2$ или $-1/2$ (в единицах \hbar), откуда $\mu_x/S_x = e/mc$ в соответствии с данными опыта Штерна и Герлаха.

Кроме вращения в Y по орбитам комтоновского радиуса, электроны в атоме совершают движение в X по орбитам гораздо большего (в сотни раз) радиуса. Размеры атомов равны размерам их внешних электронных орбит в X . Покажем, что для водородоподобного атома (атома, имеющего только один внешний электрон) стационарное движение электрона в проекции на X определяет квазиборовскую орбиту Зоммерфельда [9].

Трубка движения внешнего электрона водородоподобного атома в простейшем случае является замкнутой поверхностью, которая в проекции на X есть окружность с центром в ядре атома. Эта поверхность, в отличие от обычного тора, сохраняет свойства цилиндра, поскольку все её точки удалены от центра на одинаковое расстояние в полном пространстве. Условие стационарности движения предполагает замкнутость винтовой линии одинакового текущего собственного времени электрона на трубке его движения и имеет вид

$$R \operatorname{tg} \theta = na, \quad (13)$$

где R – радиус указанной окружности, n – целое число, θ – угол наклона траектории электрона к нормальному сечению трубки, $a = \hbar/(mc)$, m – масса электрона.

В подпространстве X на электрон действуют центробежная сила $p_x v/R$ и кулоновская сила $-Z e^2/R^2$, где $Z|e|$ – заряд ядра атома, p_x и v – соответственно импульс и скорость электрона в X . Приравняв нулю сумму этих сил и учтя (1), (6), (13) и $e^2 = amc^2\alpha$, где $\alpha = e^2/(\hbar c)$ – постоянная тонкой структуры, найдём соотношения

$$\sin \theta = Z\alpha/n, \quad na/r = \operatorname{tg} \theta = Z\alpha/\sqrt{n^2 - Z^2\alpha^2}.$$

Отсюда радиус орбиты электрона $r = r_n$ и полная энергия электрона E_n (сумма его потенциальной энергии $-Z e^2/r$ и энергии движения $mc^2/\cos\theta$) соответственно равны

$$r_n = \frac{n^2 a}{Z\alpha} \sqrt{1 - (Z\alpha/n)^2} = \frac{n^2 \hbar^2}{Zm e^2} \sqrt{1 - (Z\alpha/n)^2}, \quad (14)$$

$$E_n = mc^2 \cos \theta = mc^2 \sqrt{1 - (Z\alpha/n)^2}. \quad (15)$$

Формула (15) есть частный случай формулы тонкой структуры при нулевом радиальном квантовом числе $n_r = 0$ [9]. Приближённое выражение для боровской орбиты мы получим, если в (14) пренебрежём малым отличием $\sqrt{1 - (Z\alpha/n)^2}$ от единицы, а в (15) – от $1 - (1/2)(Z\alpha/n)^2$. Переход электрона с более высокой орбиты номера k на более низкую орбиту номера n приводит к излучению кванта энергии света $h\nu_{kn} = E_k - E_n$ на частоте ν_{kn} . Отсюда получим формулу тонкой структуры

$$v_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h} = Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \frac{2}{\sqrt{1 - (Z\alpha/k)^2} + \sqrt{1 - (Z\alpha/n)^2}},$$

где $R = 2\pi^2 e^4 m / h^3$ – постоянная Ридберга.

Протон и нейтрон имеют одинаковые размеры, а ядро у них отсутствует [10]. Объяснить это просто. Они состоят из трёх кварков, хотя и в разных комбинациях. Протон состоит из двух u -кварков и одного d -кварка, нейтрон – из одного u -кварка и двух d -кварков. Кварки движутся в подпространстве Y по своим орбитам комптоновского радиуса, обратно пропорционального массе кварка. Самым лёгким из кварков является d -кварк. Он и определяет одинаковый размер протона и нейтрона. Поскольку кварки движутся на расстоянии (комптоновском) от центра вращения, в центре протона и нейтрона – пустота. Так как u -кварк и d -кварк имеют разноименные заряды ($2e/3$ и $-e/3$ соответственно), то суммарный заряд у нейтрона обращается в нуль, но нет причин для обращения в нуль его результирующего магнитного момента. Большие магнитные моменты протона и нейтрона обусловлены относительно большими магнитными моментами составляющих их кварков.

Поскольку момент количества движения в общем случае имеет четыре ненулевые компоненты по направлениям, перпендикулярным одно другому и плоскости вращения частицы, в теории спина и изоспина необходимо явно или неявно задействовать четыре координаты и четыре проекции векторов на оси этих координат. В теории релятивистского электрона Дирака это достигается неявно использованием четырехрядных матриц вместо обычных чисел.

Момент количества движения как векторное произведение двух векторов есть четырёхмерный аксиальный вектор, перпендикулярный плоскости вращения частицы (в Y). Имеются четыре взаимно перпендикулярных четырёхмерных вектора, перпендикулярных и плоскости вращения частицы в Y . Четыре таких взаимно перпендикулярных вектора, каждый из которых определяется четырьмя своими компонентами по четырём осям координат соответственного четырёхмерного пространства, в совокупности имеют 16 компонент и представимы матрицей 4×4 , что и используется в представлении спина четырёхрядными матрицами в теории Дирака.

Полный момент количества движения \mathbf{M} в R_6 равен векторному произведению полного импульса $\mathbf{p}_x + m\mathbf{c}$ и радиус-вектора частицы $\mathbf{r} + \mathbf{a}$ в R_6 , где \mathbf{p}_x и \mathbf{r} – импульс и радиус-вектор в X , $m\mathbf{c}$ и \mathbf{a} – импульс и радиус-вектор в Y . \mathbf{M} есть четырёхмерный вектор, перпендикулярный плоскости вращения частицы (в Y). При его усреднении за период обращения вокруг оси трубки перекрестные члены исчезают и тогда $\mathbf{M} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, где \mathbf{L} – орбитальный момент в X , $\mathbf{S} = [\mathbf{a} m \mathbf{c}]$ – спин-изоспиновый момент вращения в Y . Три составляющие последнего в X представляют спиновые проекции S_1, S_2 и S_3 ; составляющая в Y представляет изоспин S_4 . Отсюда, учитывая взаимную перпендикулярность векторов \mathbf{a} и \mathbf{c} и равенства $|\mathbf{a}| = a$ и $|\mathbf{c}| = c$, получим $S = \hbar$, $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 = \hbar^2$. При равномерном распределении составляющих по четырём осям координат, перпендикулярных плоскости вращения частицы в Y , $|S_j| = \hbar/2$, $j = 1, 2, 3, 4$; $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 3\hbar^2/4$.

Приведение в теории Дирака выражения для полного момента количества движения в соответствии с шестимерной трактовкой последнего позволяет получить в рамках теории Дирака не только половинный спин, но и половинный изоспин.

Четырёхрядные матрицы в теории Дирака являются обобщением двухрядных матриц Паули $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ и единичной матрицы $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, которые в совокупности образуют базис двухрядных матриц, [15].

Аналогично, используемые в теории Дирака их четырёхрядные обобщения

$\sigma_1 = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_x \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix}$, $\sigma_3 = \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}$ образуют базис

четырёхрядных матриц и представляют аксиальный вектор – векторное произведение в четырёхмерном пространстве, если β считать четвертой компонентой вектора σ ,

$\sigma_4 = \beta$. Тогда в рамках теории Дирака $S_j = (\hbar/2)\sigma_j$, $j=1,2,3,4$, откуда, учитывая, что собственные значения матриц σ_j по абсолютной величине равны единице, получим

для этих собственных значений, что $|S_j| = \hbar/2$, $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 3\hbar^2/4$, в то время как

$$\text{всегда } S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 = \hbar^2.$$

Принято считать, что электроны не принимают участия в сильных взаимодействиях. Но можно утверждать, что сильные взаимодействия происходят на комптоновских расстояниях. Комптоновская длина волны для электрона много больше, чем для кварков. Поэтому сильные взаимодействия электронов с гораздо более массивными частицами невозможны. Но для позитрона и электрона комптоновская длина волны одна и та же. Поэтому процесс их аннигиляции можно рассматривать как сильное взаимодействие, в котором моменты количества движения взаимодействующих частиц только поворачиваются в полном пространстве без изменения их величины. Без учёта изоспина электрона (и позитрона) равенство этих величин спину фотона было бы невозможным.

Шестимерная трактовка рассмотренных и ряда других физических величин и явлений изложена также в [1, 11-14].

Двум электронам, находящимся на одной трубке движения, энергетически выгодно располагаться на противоположных сторонах трубки. При этом расстояние между ними в полном пространстве будет равно $R = \sqrt{r^2 + 4a^2}$, где r – расстояние между проекциями частиц на X , a – расстояние от оси вращения частиц в Y , зависящее от r и с увеличением r асимптотически стремящееся к $a_\infty = \hbar/(mc)$, где m и c – масса и скорость частицы на бесконечности. При таком вращении в противофазе кулоновская сила отталкивания между двумя электронами в полном пространстве равна e^2/R^2 , где e – заряд электрона. Проекция этой силы на подпространства X и Y соответственно равны $F_{\parallel} = (e^2/R^2)\sin\chi$, $F_{\perp} = (e^2/R^2)\cos\chi$, где $\sin\chi = r/R$, $\cos\chi = 2a/R$, так что $F_{\parallel} = e^2r/R^3$, $F_{\perp} = 2e^2a/R^3$. Перпендикулярная к X сила

F_{\perp} противостоит центростремительной силе $F_0 = mc^2/a_{\infty}$. Поэтому радиус a окружностей, по которым вращаются частицы в Y , несколько превышает радиус трубки движения на бесконечности a_{∞} .

Как и в шестимерной теории тяготения [1,13], энергия покоя и центробежная сила в Y соответственно равны $E_0 = p_y c_{\zeta} = mc^2 \sqrt{\gamma}$ и $F_c = p_y c_{\zeta} / a = E_0 / a$, где c_{ζ} – скорость частицы на трубке движения, $p_y = \hbar / a$ – импульс покоя, $\sqrt{\gamma} = c_{\zeta} a_{\infty} / ca$, так что $c_{\zeta} = ca \sqrt{\gamma} / a_{\infty}$.

Баланс сил в Y имеет вид $F_0 = F_{\perp} + F_c$. Принимая во внимание соотношение $e^2 / mc^2 = \alpha a_{\infty}$ (это классический радиус электрона, α есть постоянная тонкой структуры) и введя переменную $z = a / a_{\infty}$, баланс сил может быть представлен в виде

$$\sqrt{\gamma} = z - 2 \frac{\alpha}{\rho^3} z^2, \quad (16)$$

где $\rho = \sqrt{(r/a_{\infty})^2 + 4z^2}$, $r = a_{\infty} \sqrt{\rho^2 - 4z^2}$, r есть трехмерное расстояние. Из условия сохранения углового момента $c_{\zeta} a = ca_{\infty}$ имеем

$$c_{\zeta} = c/z, \quad \sqrt{\gamma} = 1/z^2. \quad (17)$$

При $r = 0$ $\rho = 2z$ и тогда в силу (16) и (17) имеем уравнение $z^3 - \frac{\alpha}{4} z - 1 = 0$, откуда

$$z = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{6}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{6}\right)^3}} = 1 + \frac{\alpha}{12} - \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{12}\right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{12}\right)^4 + \dots (18)$$

При встречном движении электронов с одинаковой по величине скоростью v в X закон сохранения энергии электрона имеет вид

$$\frac{e^2}{R} \left(1 - \frac{v}{c_{\zeta}}\right)^{-1} + E_0 \frac{1}{\beta} = mc^2 \frac{1}{\beta_{\infty}}, \quad (19)$$

где $\beta = \sqrt{1 - (v/c_{\zeta})^2}$, $\beta_{\infty} = \sqrt{1 - (v_{\infty}/c)^2}$, v_{∞} – значение v на бесконечности.

Первый член левой части уравнения (19) есть электрический потенциал, создаваемый в месте нахождения одного электрона приближающимся к нему другим электроном.

Второй – полная энергия рассматриваемого электрона. Правая часть (19) равна полной энергии электрона на бесконечности. Подстановка (16) и (17) в (19) даёт

$$\frac{\alpha}{\rho} \left(1 - \frac{v}{c} z\right)^{-1} + \frac{1}{\beta z^2} = \frac{1}{\beta_{\infty}}. \quad (20)$$

При $v = 0$ (20) сводится к виду $\frac{\alpha}{\rho} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{\beta_{\infty}}$. Если при этом и $r = 0$, то

$$\frac{1}{\beta_{\infty}} = \frac{\alpha}{2z} + \frac{1}{z^2} = z + \frac{\alpha}{4z}, \quad (21)$$

откуда и из (18) следует, что кинетическая энергия на бесконечности равна

$$mc^2 \left(\frac{1}{\beta_{\infty}} - 1 \right) = mc^2 2.431342 \times 10^{-3}, \text{ для электрона это составляет } 1242.404 \text{ эВ.}$$

Скорость частицы равна $v = dr/dt$. Интегрируя это выражение, получим для времени прохождения частицы от минимального расстояния от центра масс r_{\min} , при

$$\text{котором } v = 0, \text{ до текущего значения } r: \quad t = \frac{1}{2} \int_{r_{\min}}^r \frac{1}{v} dr, \text{ где } v \text{ определяется из (20) и}$$

(21). При условии (21) этот интеграл логарифмически расходится. Это соответствует неустойчивому равновесию в сечении трубки $r = 0$ пары частиц, вращающихся в противофазе по общей для них окружности в подпространстве Y . При выходе из равновесия частицы разлетаются в подпространстве X . Тем не менее, пребывание взаимодействующих частиц в этом сечении или прохождение их через его окрестность размером порядка αa_{∞} с относительно малыми скоростями перемещения в X задержит разлёт частиц на время, значительно превосходящее ожидаемое по обычным представлениям, как нерелятивистским, так и релятивистским, не учитывающим дополнительных измерений пространства.

Эксперимент по обнаружению этого эффекта может быть проведен по следующей схеме:

Осуществляется импульсное эжектирование двух встречных пучков электронов с продольными длинами импульсов, меньшими размеров установки, по периферии которой расположены датчики взаимно рассеянных электронов. Во встречных пучках будут происходить взаимные рассеяния электронов с самыми разными прицельными расстояниями, но среди них с определённой вероятностью будут прицельные расстояния, меньшие αa_{∞} , при которых и при условии (21) задержка во времени будет значительной.

Полезный эффект состоит в регистрации электронов датчиками через промежутки времени от конца импульса, превышающие в несколько раз длительность пролёта электроном размеров установки.

Без учёта дополнительных измерений закон сохранения энергии при лобовом столкновении частиц имел бы вид $\frac{\alpha_{\infty} \alpha}{r} + \frac{1 - (v/c)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{1 - (v/c)}{\beta_{\infty}}$, откуда найдём

$$r_{\min} = \alpha_{\infty} \alpha \beta_{\infty} / (1 - \beta_{\infty}) \text{ и в пренебрежении членами порядка } (v/c)^3$$

$v/c = 1 - (1/\beta_{\infty}) + \sqrt{(v_{\infty}/c\beta_{\infty})^2 - 2\alpha(a_{\infty}/r)}$, а вместо прежней формулы для времени t мы имели бы формулу, дающую соответствующее конечное время.

В применении формулы Био – Савара к шестимерному пространству полное магнитное поле неподвижного в подпространстве X заряда e на расстоянии R от

него определяется как $\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{e}{cR^2} [\mathbf{c} \mathbf{R}_0]$, где \mathbf{R}_0 – единичный вектор вдоль радиус-вектора \mathbf{R} , $\mathbf{R}_0 = \mathbf{r}_0 \sin \chi + \mathbf{a}_0 \cos \chi = \mathbf{r}_0 (r/R) + \mathbf{a}_0 (2a/R)$, \mathbf{r}_0 – единичный вектор вдоль радиус-вектора \mathbf{r} в X , \mathbf{a}_0 – единичный вектор вдоль радиус-вектора \mathbf{a} в плоскости вращения в Y , \mathbf{c} – вектор скорости движения заряда в Y , так что

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{e}{R^2} [\mathbf{c}_0 \mathbf{R}_0] = \frac{e}{R^2} \{ [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0] (r/R) + [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0] (2a/R) \}, \quad (22)$$

где \mathbf{c}_0 – единичный вектор вдоль скорости \mathbf{c} . Покажем, что кулоновская сила взаимодействия между двумя зарядами e и e' есть сила Лоренца, действующая на заряды, движущиеся в Y . Согласно (22) она равна

$$\mathbf{f} = (e'/c) [\mathbf{c}' \mathbf{H}_{\text{tot}}] = \left(e'e/cR^2 \right) \{ [\mathbf{c}' [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0]] (r/R) + [\mathbf{c}' [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0]] (2a/R) \}$$

или, с учётом того, что для двух взаимодействующих электронов $\mathbf{c}' = -\mathbf{c}$,

$\mathbf{f} = -\left(e'e/R^2 \right) \{ [\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0]] (r/R) + [\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0]] (2a/R) \}$, где \mathbf{c}'_0 – единичный вектор вдоль скорости \mathbf{c}' . Раскрывая здесь двойные векторные произведения и принимая во внимание взаимную перпендикулярность входящих в них векторов, в итоге получим

$$[\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0]] = -\mathbf{r}_0, \quad [\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0]] = -\mathbf{a}_0, \quad \mathbf{f} = \left(e'er/R^3 \right) \mathbf{r}_0 + \left(e'e2a/R^3 \right) \mathbf{a}_0.$$

В последней формуле первое слагаемое представляет проекцию кулоновской силы на X , второе слагаемое – её проекцию на Y . При $e' = e$ величины их соответственно равны F_{\parallel} и F_{\perp} . Отсюда видно, что электрические силы в X обусловлены движением зарядов в Y , в отличие от магнитных сил в X , обусловленных движением зарядов в том же подпространстве.

ЛИТЕРАТУРА

1. Urusovskii I.A. Gravity as a projection of the cosmological force / Physical Interpretation of Relativity Theory. Proceedings of International Scientific Meeting PIRT-2003. P. 359-367. Moscow: 30 June – 03 July, 2003. Moscow, Liverpool, Sunderland.
2. Марголин А.А. Принцип простоты// Химия и жизнь. 1981. № 9. С. 79.
3. Klein F. Uber neuere englische Arbeiten zur Gesammelte matematische Abhandlungen, B.2, Springer, Berlin, 1922, 601 S.// Zeit. f. Math. u. Phys. 1901. S. 375.
4. Клейн Ф. Высшая геометрия. М.-Л.: Гостехиздат, 1939, 219 с.
5. Румер Ю. Б. Исследования по 5-оптике. Гостехиздат, М., 1956.
6. ди Бартини Роберт Орос. Некоторые соотношения между физическими константами. //ДАН СССР. 1965. Т. 163. № 4. С. 861-865.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика, Электродинамика. М.: Наука, 1969. 272 с.
8. Тамм И. Е.. Основы теории электричества. М. – Л.: Гостехиздат, 1949. 627 с.
9. Зоммерфельд А.. Строение атома и спектры. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1956.

10. Мостовой Ю.А., Мухин К.Н., Патаркин О.О.. Нейтрон вчера, сегодня, завтра. //Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 9. С. 987-1022.
11. Урусовский И.А. Шестимерная трактовка кварковой модели нуклонов. //Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1999. № 6. С. 64-74.
12. Урусовский И.А. Шестимерная трактовка расширения Вселенной// Зарубежная радио электроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 6. С. 66-77.
13. Урусовский И. А. Космологическая природа тяготения в его шестимерной трактовке. /Российское акустическое общество. Сб. трудов семинара научной школы проф. С. А. Рыбака. Москва, 2000. С. 173-181.
14. Урусовский И. А. Матрицы Дирака в свете шестимерной трактовки спина и изоспина. Proceedings of International Scientific Meeting “Number, Time, Relativity”. Bauman MSTU, Moscow: August 10– 13, 2004. P. 55-57.
Urusovskii I. A. Dirac Matrices in the Light of Six-Dimensional Treatment of Spin and Isospin. *Ibid.*, P. 53-55.
15. Мотт Н., Снеддон И. Волновая механика и её применения. М.: Наука, 1966. 428 с.

Сборник Российского акустического общества. Сб. трудов семинара научной школы проф. С. А. Рыбака. Москва, 2004. С. 193-207.